

CAPITOLO SETTIMO

LA MOLTIPLICAZIONE

Carla Alberti

La mappa concettuale della moltiplicazione

La mappa che viene proposta relativamente al concetto di moltiplicazione tra numeri naturali è strutturalmente analoga a quelle della addizione e della sottrazione proposte nel secondo volume di *Nel mondo dei numeri e delle operazioni*. In essa sono evidenziati i rapporti di subordinazione del concetto di moltiplicazione rispetto a concetti più generali, quali quelli di funzione e di operazione, e di coordinazione con altre operazioni tra numeri naturali (addizione e divisione) e tra insiemi (prodotto cartesiano). In particolare, la correlazione con l'addizione e il prodotto cartesiano è implicata dai significati diversi che la moltiplicazione può assumere; infatti, essa può essere definita come la scrittura stenografata di una addizione con gli addendi uguali (addizione ripetuta) oppure come l'operazione che associa alla cardinalità di due insiemi finiti la cardinalità del loro prodotto cartesiano. In questo ultimo significato, la moltiplicazione consente di quantificare situazioni combinatorie. Inoltre, se gli elementi di un insieme sono «righe» e quelli dell'altro sono «colonne», il loro prodotto cartesiano può essere visualizzato tramite uno schieramento di «caselle»; in questo senso il prodotto cartesiano rimanda a concetti propri dell'orientamento spaziale, come le localizzazioni nel piano attraverso mappe o reticoli (si veda il primo volume di *Nel mondo della geometria*).

Ad esempio, la scrittura 7×4 può esprimere:

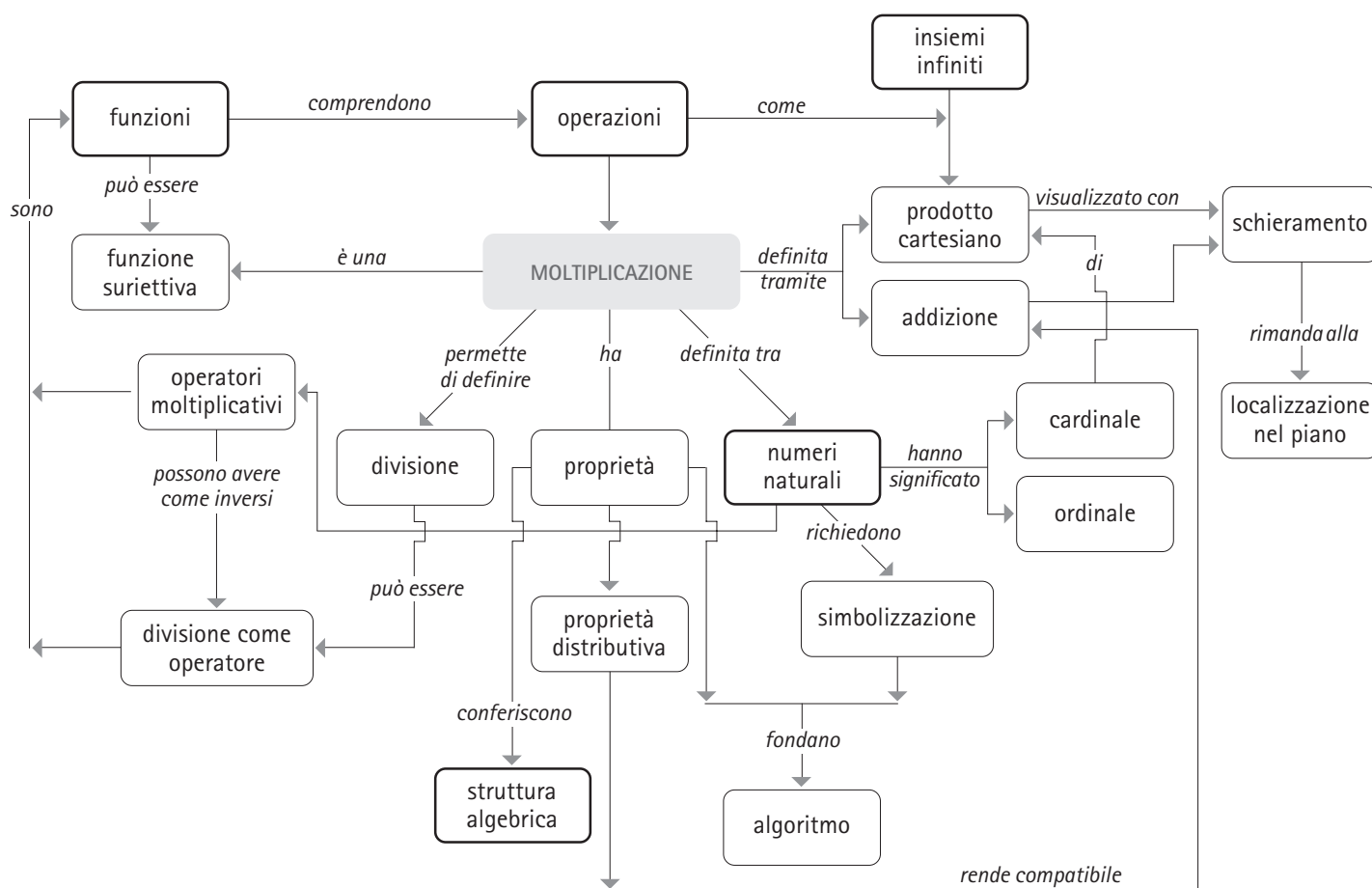
- in forma sintetica la successione di addizioni $7 + 7 + 7 + 7$;
- la disposizione spaziale di un certo numero di elementi che sono stati schierati in gruppi di 7 su 4 file;
- la cardinalità dell'insieme prodotto cartesiano tra due insiemi, l'uno di cardinalità 7 e l'altro di cardinalità 4;
- l'operatore che quadruplica il numero degli elementi di un insieme dato.

Si rimandano al Capitolo ottavo le riflessioni sull'opportunità didattica e la specificità in termini di apprendimento dei diversi approcci alla moltiplicazione.

La moltiplicazione come operazione tra numeri naturali in se stessi, non come numeri esprimenti quantità di «oggetti», ha caratteristiche analoghe a

quelle dell'addizione: è sempre definita, gode di proprietà notevoli, come la proprietà associativa e quella commutativa, e ammette l'elemento neutro. Inoltre, la struttura additiva e quella moltiplicativa sono connesse e rese compatibili dalla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione. Proprio questa proprietà dà un apporto fondamentale alla giustificazione delle tecniche di calcolo del prodotto di due numeri, tenuto conto del sistema di numerazione posizionale adottato per scrivere i numeri. La moltiplicazione, infine, consente di definire una particolare accezione della divisione, ossia quella che viene indicata come divisione esatta (si veda il Capitolo undicesimo).

MAPPA CONCETTUALE DELLA MOLTIPLICAZIONE



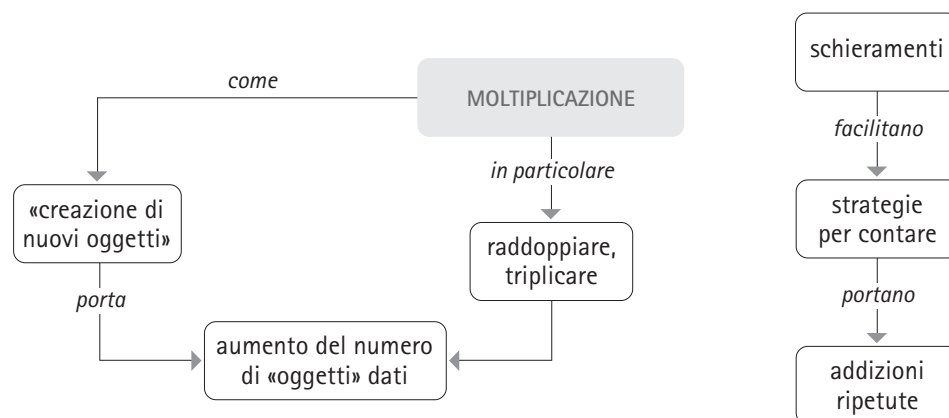
Indagine sulle conoscenze pregresse

L'indagine sulle conoscenze pregresse può essere guidata da domande e attività come le seguenti:

1. Che cosa significa «moltiplicare»?
 - 1a. Cosa significa raddoppiare, fare il doppio?
 - 1b. Come si fa a fare il doppio? Fate un esempio.
 - 1c. Cosa significa triplicare, fare il triplo?
 - 1d. Come si fa a fare il triplo? Fate un esempio.
2. Formiamo degli schieramenti.
 - 2a. Tre di voi formino una riga.
 - 2b. Quattro di voi formino una fila.
 - 2c. Mettetevi in fila a cinque a cinque.
3. Si fanno schierare alcuni bambini oppure si schiera del materiale e si chiede: come fate a sapere quanti bambini (o oggetti) sono schierati?
4. Si pone all'attenzione dei bambini l'immagine di un parcheggio con auto schierate; si chiede loro di ricostruire lo schieramento con materiale, tipo cubetti: come possiamo sapere quanti cubetti serviranno per ricostruire lo schieramento di auto?
5. Si legge ai bambini un testo come il seguente e lo si fa drammatizzare al fine di rilevare la comprensione di termini frequenti nell'espressione di problemi moltiplicativi: la mamma per la festa ha preparato 3 vassoi di pasticcini; in ogni vassoio ci sono 7 pasticcini. Quanti pasticcini ha preparato la mamma in tutto?

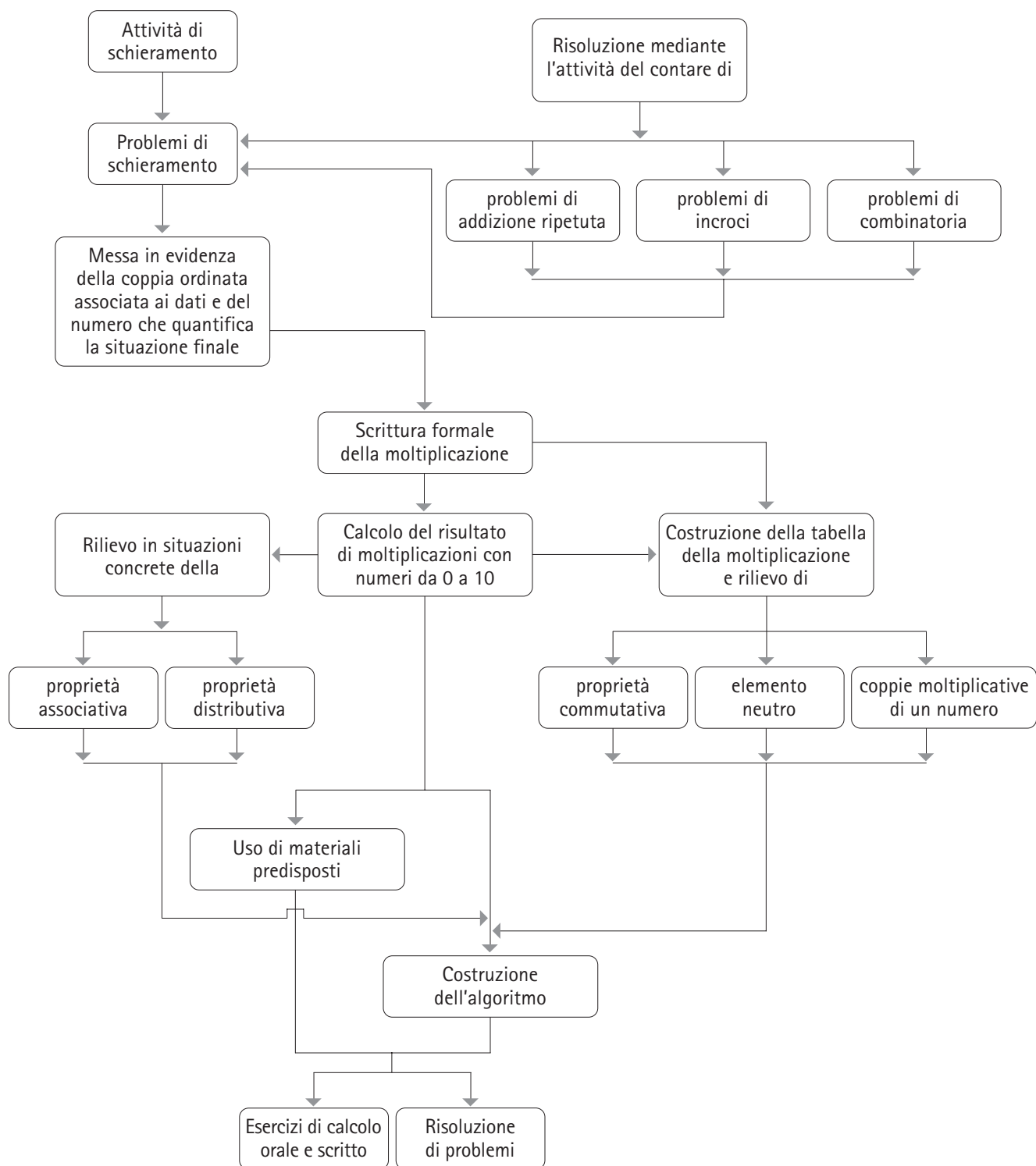
Le indagini sulle conoscenze pregresse condotte dalle insegnanti del Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica hanno evidenziato che il termine «moltiplicare», se noto, viene associato dai bambini alla azione del «creare oggetti» e al conseguente aumento della loro quantità, talvolta con riferimenti religiosi come la moltiplicazione biblica dei pani e dei pesci. In genere, gli alunni conoscono gli operatori moltiplicativi espressi dalle parole raddoppiare/fare il doppio e triplicare/fare il triplo e sanno applicarli sia attraverso la manipolazione di materiale sia graficamente e numericamente. In merito agli schieramenti, le conoscenze pregresse sono influenzate da eventuali esperienze scolastiche già condotte nell'ambito dell'orientamento spaziale (si veda in proposito *Nel mondo della geometria*, volume I); in ogni caso il significato delle parole «fila» e «riga» è noto, così come è compresa l'utilità di una disposizione spaziale ordinata per facilitare strategie di calcolo rapido. Tale calcolo viene eseguito tramite addizioni ripetute, soprattutto se i bambini hanno già lavorato con gli operatori additivi e la loro applicazione successiva. La rappresentazione schematica dei risultati delle indagini condotte è nella matrice cognitiva seguente.

MATRICE COGNITIVA



Il compito di insegnamento e di apprendimento è essenzialmente quello di riconoscere che i diversi copioni proposti dai bambini (righe, file, addizioni ripetute, raddoppiare, triplicare) possono essere ricondotti a uno stesso schema astratto, lo schieramento, e a una stessa operazione, la moltiplicazione. Si ritiene, dunque, significativo partire proprio con gli schieramenti, dei quali i bambini, di solito, hanno già una certa padronanza, per lo meno esperienziale. Le scelte operate nell'itinerario didattico presentato nei capitoli successivi sono schematicamente indicate nella rete concettuale seguente.

RETE CONCETTUALE





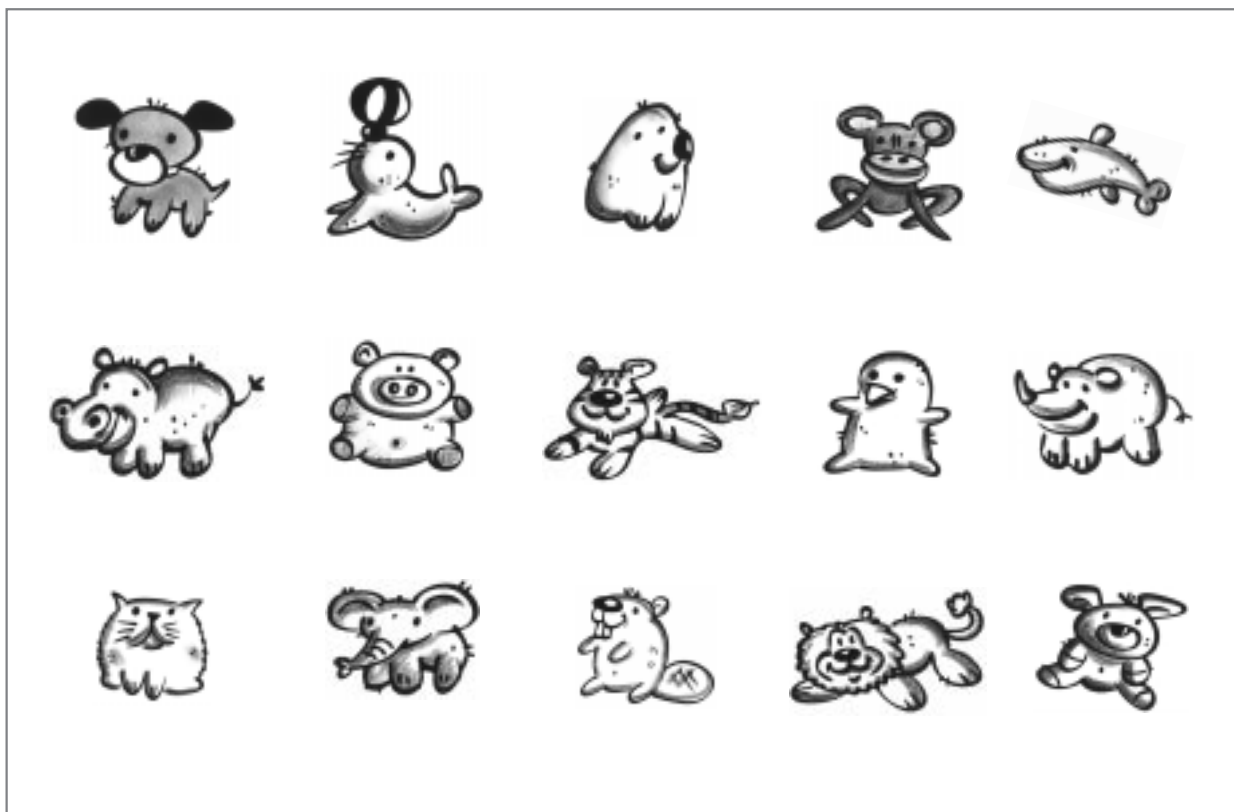
Raccontiamo
per contare

SCHEDA n. 66a

8.1 Risoluzione
di problemi
di schieramento

TRA I GIOCHI

Luca ha una camera piena di giochi di tutti i tipi.
È un bambino preciso e ama molto vedere i suoi giochi perfettamente in ordine. I peluches sono sempre tutti sul suo letto.
Ogni mattina Luca li sistema come raffigurato qui sotto. Quanti sono i peluches di Luca?



• Quanti sono i peluches in ogni riga?

• Quante sono le righe?

• Quanti peluches ha Luca?

(.....,)



.....



Raccontiamo
per contare

SCHEDA n. 66b

8.1 Risoluzione
di problemi
di schieramento

TRA I GIOCHI

Luca è appassionato di macchinine e le colleziona.

Le ha sempre in bella mostra sulla sua scrivania per poterle ammirare.

Sistema le macchinine sempre nello stesso modo, schierandole come vedi nel disegno. Quante sono le macchinine di Luca?



• Quante macchinine ci sono in ogni riga?

• Quante sono le righe?

• Quante macchinine ha Luca?

(.....,)
multiplicazione →



Raccontiamo
per contare

SCHEDA n. 66c

8.1 Risoluzione
di problemi
di schieramento

TRA I GIOCHI

Luca, terminati i suoi compiti, dispone i suoi birilli per una partita. Schiera su una riga 6 birilli.

Dopo i primi lanci i birilli vengono tutti abbattuti.

Luca decide allora di iniziare una seconda partita. Schiera, questa volta, il triplo dei birilli messi in gioco nella partita precedente, in modo che su ciascuna fila ci sia lo stesso numero di birilli.

Quanti birilli sistema Luca per la seconda partita?



Disegna i birilli che schiera Luca.

Prima partita

Seconda partita



• I birilli nella prima partita sono $(\dots, \dots) \xrightarrow{\text{moltiplicazione}} \dots$

• I birilli nella seconda partita sono $(\dots, \dots) \xrightarrow{\text{moltiplicazione}} \dots$



Facciamo un po' di esercizio

SCHEDA n. 122a

13.1 Calcolo di un quoziente con l'utilizzo di materiale

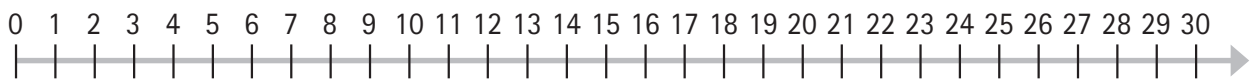
LA PULCE ROSINA E LA LINEA DEI NUMERI



Ciao! Sono la pulce Rosina. Noi già ci conosciamo, vuoi giocare con me?



Al n. 28 abita la mia amica. Sono stata da lei per una visitina, ora devo tornare a casa. Fammi fare balzi da 7 finché arrivo allo 0.



• Completa:

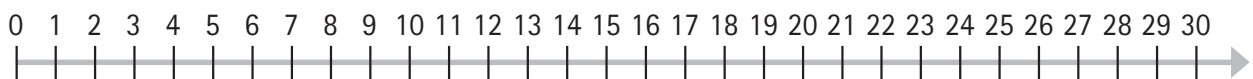
$$28 \xrightarrow{-7} 21 \xrightarrow{-7} \dots \xrightarrow{-7} \dots \xrightarrow{-7} \dots$$

• Scrivi i numeri che ha toccato Rosina:

• Divisione:



Al n. 30 abita il mio parrucchiere. Sono stata da lui per una pettinatina e ora, per tornare a casa, farò balzi da 5.





Facciamo un po' di esercizio

SCHEDA n. 122b

13.1 Calcolo di un quoziente con l'utilizzo di materiale

LA PULCE ROSINA E LA LINEA DEI NUMERI



• Completa:

30	→	→	→	→	→	→
----	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------

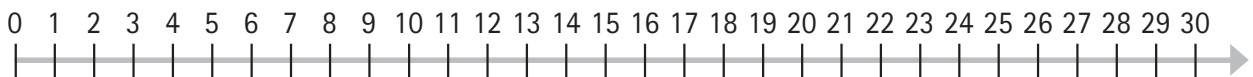
• Scrivi i numeri che ha toccato Rosina:

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

• Divisione:



Sono al numero 18 e voglio tornare a casa con calma: farò balzi da 2.



• Completa:

.....	→	→	→	→	→	→	→	→	→	→
-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------

• Scrivi i numeri che ha toccato Rosina:

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

• Divisione: